UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA P.A. 2008-2
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA 13/12/2008

DACIBAHCC

SOLUCIONARIO DE LA CUARTA PRACTICA CALIFICADA DE CALCULO NUMERICO (MB535)

- **DURACION: 60 MINUTOS**
- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**
- **SOLO RESUELVA 03 PROBLEMAS**

Problema 1

Calcular $\int_1^5 \frac{4x}{1+x}dx$

a) Aplicando la fórmula compuesta de Simpson con n=4 (h=1)
b) Acotar el error
c) Averiguar la cantidad de particiones necesaria para garantizar un error menor que una milésima.

Solución

a) $$\int_1^5 \frac{4x}{1+x}dx \approx \frac{1}{3}\left(\frac{16}{3}+4\frac{88}{15}+2(3)\right)=\frac{522}{45}=11.6$$

b) $$M_4 \geq \left|f^4(\vartheta)\right| \qquad \left|f^4(x)\right|=\left|-\frac{96}{(x+1)^5}\right|$$

Dado que la 4ta derivada es siempre positiva el máximo lo alcanzará en un extremo del intervalo de integración.

$$\left|f^4(1)\right|=\left|-\frac{96}{(2)^5}\right| \quad \left|f^4(5)\right|=\left|-\frac{96}{(6)^5}\right| \qquad M_4=\frac{96}{32}=3$$

El error será: M_4=3

$$\varepsilon \leq \frac{(5-1)^5}{180\times 4^4}\times 3=0.066$$

c) $$0.001 \geq \frac{(5-1)^5}{180n^4}\times 3 \Rightarrow n \geq 11.43$$

Por lo tanto n=12

Problema 2

Sea:

S2 : Una aproximación de Simpson 1/3 usando 2 particiones

S4 : Una aproximación de Simpson 1/3 usando 4 particiones

a) Usando la formula de error de Simpson 1/3 compuesta, demostrar que se puede llegar a una formula de extrapolación similar a la de Romberg, para obtener un valor mejorado de la integral (I): $I = \frac{16S4 - S2}{15}$.

b) Pruebe esta fórmula para aproximar: $\int_0^1 x^9 dx$, usando dos aproximaciones de Simpson 1/3, con h=1/2 y h=1/4 respectivamente. Comente sus resultados.

Solución

a)

$$I = S2 - \frac{(b-a)}{180} h^4 f^{(iv)}(\xi)$$
$$I = S4 - \frac{(b-a)}{180}\left(\frac{h}{2}\right)^4 f^{(iv)}(\xi)$$

$$I = \frac{16S4 - S2}{15}$$

b)

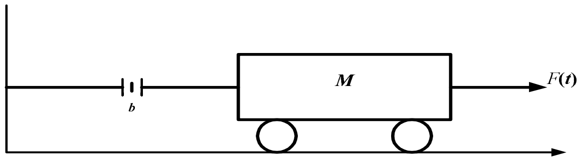
$$h = 1/2$$
$$S2 = \frac{h}{2}\left(f(0) + 4f(1/2) + f(1)\right) = 0.168$$
$$h = 1/4$$
$$S4 = \frac{h}{2}\left(f(0) + 4f(1/4) + 2f(1/2) + 4f(3/4) + f(1)\right) = 0.1087$$

$$I = \frac{16S4 - S2}{15} = 0.1047\,.$$

Teniendo en cuenta que el valor exacto es 0.1 el error es de 0.0047.

Problema 3

Considere la siguiente figura:



La ecuación diferencial que describe el sistema es:

$$M\frac{dv(t)}{dt} + bv(t) = F(t)$$

Donde v(t) es un velocidad en el instante t>0. Asuma que:

$t_i = ih, \quad i = 0,1,..5.$, h=0.4

$v(0) = 0m/s\,, \quad b = 3Kg/s, \; M = 1Kg, \; F(t) = 1N.$

1. Calcule $v(2)$ por el método de Euler progresivo
2. Calcule $v(2)$ por el método de Taylor de Orden 2
    a. Si se sabe que la solución exacta es dada por:
    $$v(t) = \frac{1}{3} - \frac{e^{-3t}}{3}$$

Determine el error cometido en cada caso y comente sus resultados.

Solución

1) Euler
   $v_{i+1}=v_i+h*(-3*v_i+1)$
   $v_0=0$
   $v_1=v_0+h*f(0, v_0)$ = 0.4000
   $v_2=v_1+h*f(0.4, v_1)=$ 0.3200
   $v_3=v_2+h*f(0.8, v_2)=$ 0.3360
   $v_4 =v_3+h*f(1.2,v_3) =$ 0.3328
   $v_5 =v_4+h*f(1.6,v_4) =$ 0.3334
2) Taylor 2
   $v_{i+1}=v_i+h*(-3*v_i+1)+h^2/2(9\,v_i-3)$
   $V_1 =$ 0.1600
   $V_2 =$ 0.2432
   $V_3 =$ 0.2865
   $V_4 =$ 0.3090
   $v_5 =$ 0.3207

Error= v(2)-v5e= 9.3e-4
Error T2= v(2)-v5T2= 0.018, aparentemente es mejor Euler en la frontera pero si graficamos vemos que es mejor Taylor de orden 2.

Problema 4

Complete todos los espacios subrayados.

Cree la función eulerp (Euler progresivo), para que grafique la solución de cada variable de y=[y y' y'' y''' …], en el intervalo [a,b].

Luego, considerando la siguiente ecuación diferencial:

$$3\dddot{x} + 2\ddot{x} + 5\dot{x} + \sin(x * t + \pi) = 0$$

$$x(0) = 1, \dot{x}(0) = 1, \ddot{x}(0) = 1$$

Cree la función ff que represente a dicha ecuación e indique la orden en matlab para mostrar el grafico de la solución en el intervalo [0,10], considerando un paso de 0.01

```
function [z]=eulerp(f,a,b,y,h)
x=a:h:b;
np=length(x);%Numero de puntos

ng=_____________;%Numero de graficas
z=[x(1) y];
for i=1:np-1

    y=y+h*__________________;
    z=[z ;x(i+1) y];
end
hold on
for i=2:ng+1
    plot(x,z(_______))
end
```

```
function xp=ff(t,x)


______________________________________________________________________
```

>>z=eulerp('ff',_____________________________________);

Solución

```
function [z]=eulerp(f,a,b,y,h)
x=a:h:b;
np=length(x);%Numero de puntos
ng=length(y);%Numero de graficas
z=[x(1) y];
for i=1:np-1
    y=y+h*feval(f,x(i),y);
    z=[z ;x(i+1) y];
end
hold on
for i=2:ng+1
    plot(x,z(:,i))
end
```

```
function xp=ff(t,x)
xp=[x(2) x(3) (-2*x(3)-5*x(2)-sin(x(1)*t+pi))/3];
```

>>z=eulerp('ff',0,10,[1 1 1],0.01);

Los profesores